Trường ĐHBKHN Viện Điện **Bm. ĐKTĐ**	**ĐỀ THI CUỐI KỲ 20181** Học phần: **Tín hiệu & Hệ thống** Mã học phần: **EE2000** Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 07/01/2019 **Đề số 1**	**Cán bộ phụ trách HP** Phạm Văn Trường Đào Phương Nam Đỗ Thị Tú Anh	**BCN bộ môn duyệt**
Điểm	**Chữ ký CB chấm thi**	**CB coi thi 1**	**CB coi thi 2**

Họ tên SV: ....ĐÁP ÁN.................................. **Mã số SV:** .... **Số thứ tự:** ....

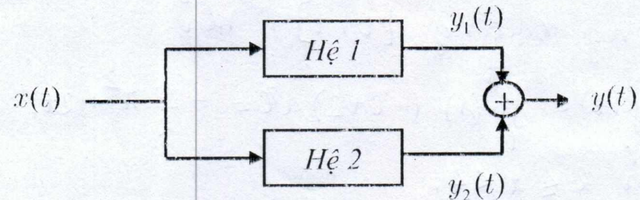
Lưu ý:** Sinh viên làm bài trực tiếp vào 4 mặt giấy này.* ***<u>Chỉ được sử dụng 1 quyển slide bài giảng, 1 vở ghi bài viết tay, và 1 máy tính không lập trình được.</u>

Bài 1 (*Đáp ứng xung và tích chập*) (5đ)

Xét hai hệ thống tuyến tính bất biến (hệ LTI) được ghép song song với nhau như Hình 1 dưới đây. Biết rằng quan hệ vào-ra của hai hệ được cho bởi:

$$y_1(t) = \int_{t-1}^{t} x(\tau)d\tau,$$

$$y_2(t) = \int_{t-2}^{t-1} x(\tau)d\tau.$$



Giả thiết tín hiệu vào là:

$$x(t) = -(t-2)[u(t) - u(t-2)].$$

Hình 1.

a) (1đ) Các đáp ứng xung $h_1(t)$ và $h_2(t)$ của hai hệ thống con là gì?

[*Gợi ý:* Sử dụng $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau)d\tau = 1$ với bất kỳ $t_1 < 0 < t_2$, hoặc sử dụng $\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t)$.]

Ta có $h_1(t) = \int_{t-1}^{t} \delta(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau - \int_{-\infty}^{t-1} \delta(\tau)d\tau = u(t) - u(t-1)$.

$h_2(t) = \int_{t-2}^{t-1} \delta(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t-1} \delta(\tau)d\tau - \int_{-\infty}^{t-2} \delta(\tau)d\tau = u(t-1) - u(t-2)$

b) (1đ) Đáp ứng xung $h(t)$ của cả hệ thống là gì?

Do hai hệ ghép song song nên

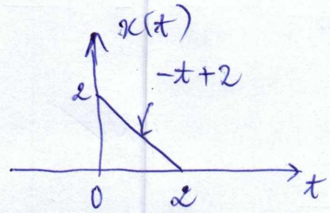
$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = u(t) - u(t-2)$.

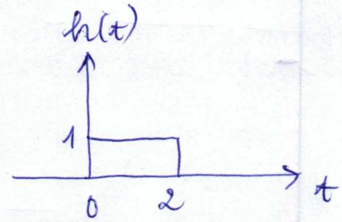
c) (1đ) Cả hệ thống có nhân quả không? có ổn định không? Hãy giải thích.

Do $h(t) = 0$ với $t < 0$, nên hệ thống là nhân quả.

Mặt khác, do $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_0^2 dt = t\Big|_0^2 = 2 < \infty$, nên hệ ổn định.

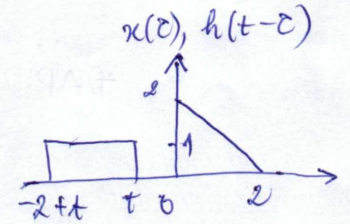
d) (1đ) Hãy vẽ $x(t)$ và $h(t)$.





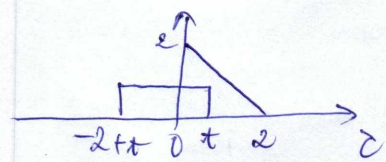
e) (1đ) Hãy tính và vẽ tín hiệu ra $y(t)$ của cả hệ thống.

Ta có $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau.$



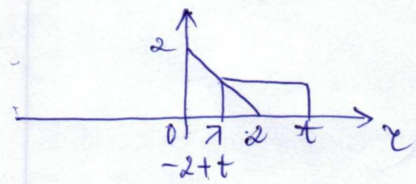
Áp dụng phương pháp đồ thị, ta có các trường hợp sau:

- Với $t<0$, $x(\tau)$ và $h(t-\tau)$ không chồng lên nhau, suy ra $y(t)=0$



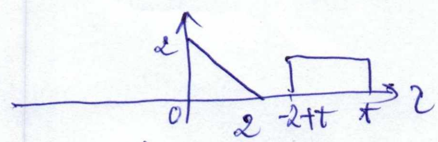
- Với $0 \le t < 2$, $x(\tau)$ & $h(t-\tau)$ chồng lên nhau trong khoảng $[0, t]$, nên

$$y(t) = \int_0^t (1).(-\tau+2)\,d\tau = -\frac{1}{2}t^2 + 2t.$$



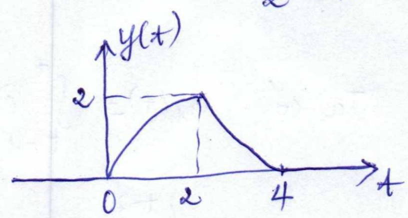
- Với $2 \le t < 4$,

$$y(t) = \int_{-2+t}^{2} (1).(-\tau+2)\,d\tau = \frac{t^2}{2} - 4t + 8.$$



- Với $t \geq 4$, $y(t) = 0$

Vậy: $y(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + 2t, & 0 \le t < 2 \\ \frac{t^2}{2} - 4t + 8, & 2 \le t < 4 \\ 0, & t \text{ khác}. \end{cases}$



Bài 2 (*Phép biến đổi Fourier và lọc tín hiệu*) (2đ)

a) (1đ) Hãy tính và vẽ phổ $X(\omega)$ của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có biểu thức như sau:

[*Lưu ý:* Nếu $X(\omega)$ là hàm thực thì chỉ cần vẽ một đồ thị của $X(\omega)$ theo ω.]

$$x(t) = 2\cos(\pi t) + 5\cos(3\pi t - \pi).$$

Sử dụng hệ quả của công thức Euler để tìm hệ số chuỗi Fourier cho $x(t)$, ta có:

$$x(t) = e^{j\pi t} + e^{-j\pi t} + \frac{5}{2}e^{j(3\pi t - \pi)} + \frac{5}{2}e^{j(-3\pi t + \pi)}$$

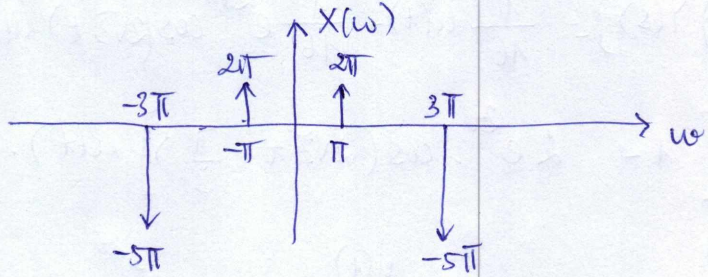
$$= e^{j\pi t} + e^{j(-1)\pi t} - \frac{5}{2}e^{j3\pi t} - \frac{5}{2}e^{j(-3)\pi t}.$$

Dễ thấy tần số góc cơ sở là $\omega_0 = \pi$ rad/s, suy ra

$c_1 = c_2 = +1$, $c_3 = c_{-3} = -\frac{5}{2}$

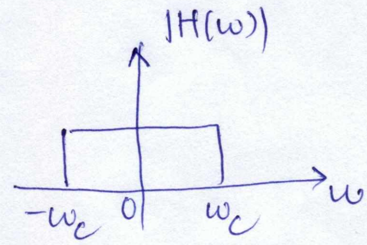
Vậy $X(\omega) = 2\pi\left[\delta(\omega-\pi) + \delta(\omega+\pi)\right] - 5\pi\left[\delta(\omega-3\pi) + \delta(\omega+3\pi)\right]$.

Vẽ



b) (1đ) Giả sử $x(t)$ được cho qua một bộ lọc lý tưởng sao cho ở đầu ra của bộ lọc ta thu được $y(t) = 2\cos(\pi t)$. Hãy vẽ đáp ứng biên độ -tần số $|H(\omega)|$ của bộ lọc và tìm điều kiện của tần số ngưỡng ω_c của bộ lọc. Đó là loại bộ lọc gì?

Đồ thị $|H(\omega)|$ như hình vẽ.



Để có tín hiệu ra $y(t) = 2\cos(\pi t)$ thì

$\pi < \omega_c < 3\pi$ (rad/s).

Bộ lọc thuộc loại lọc thông thấp.

Bài 3 (*Phép biến đổi Laplace và hàm truyền*) (3đ)

Cho một hệ thống bậc hai có quan hệ vào-ra được cho bởi phương trình vi phân:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - 4\frac{dy(t)}{dt} + 16y(t) = x(t).$$

a) (1đ) Hãy tìm hàm truyền $H(s)$ của hệ thống.

Lấy ảnh Laplace của hai vế của phương trình trên (cho các sơ kiện bằng 0), ta có

$$s^2Y(s) - 4sY(s) + 16Y(s) = X(s)$$
$$(s^2 - 4s + 16)Y(s) = X(s)$$

Vậy $H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 16}$.

b) (2đ) Hãy tìm tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống với tín hiệu vào dạng bước nhảy đơn vị $x(t) = u(t)$. Vẽ phác $y(t)$.

Với $x(t) = u(t)$, ta có $X(s) = \frac{1}{s}$.

Do đó $Y(s) = H(s).X(s) = \dfrac{1}{s(s^2-4s+16)} = \dfrac{A}{s} + \dfrac{Bs+C}{s^2-4s+16}$

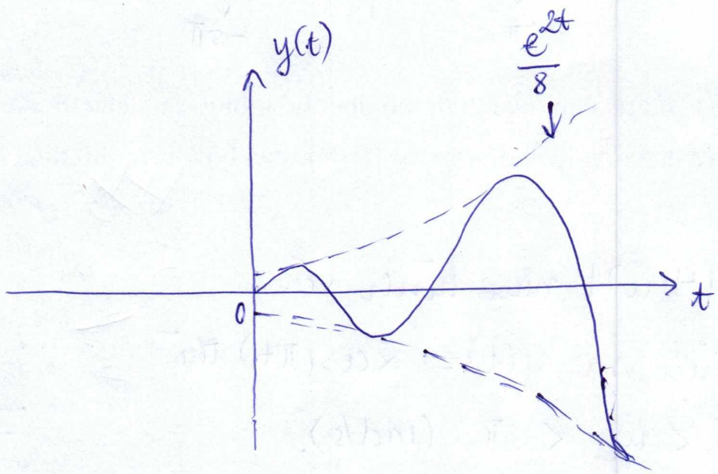
trong đó $A = \frac{1}{16}$, $B = -\frac{1}{16}$, $C = \frac{1}{4}$. Do đó,

$$Y(s) = \frac{1}{16s} - \frac{1}{16}\cdot\frac{s-2}{(s-2)^2+(2\sqrt{3})^2} + \frac{1}{16\sqrt{3}}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{(s-2)^2+(2\sqrt{3})^2}.$$

$$\Rightarrow y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = \frac{1}{16}u(t) - \frac{1}{16}e^{2t}\cos(2\sqrt{3}t)\,u(t) + \frac{1}{16\sqrt{3}}e^{2t}\sin(2\sqrt{3}t)\,u(t).$$

$$= \frac{1}{16}\left[1 - 2e^{2t}\cdot\cos\left(2\sqrt{3}t + \frac{\pi}{3}\right)\right]u(t).$$

Vẽ phác $y(t)$



Trường ĐHBKHN Viện Điện **Bm. ĐKTĐ**	**ĐỀ THI CUỐI KỲ 20181** Học phần: **Tín hiệu & Hệ thống** Mã học phần: **EE2000** Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 07/01/2019 **Đề số 2**	**Cán bộ phụ trách HP** Phạm Văn Trường Đào Phương Nam Đỗ Thị Tú Anh	**BCN bộ môn duyệt**
Điểm	**Chữ ký CB chấm thi**	**CB coi thi 1**	**CB coi thi 2**

Họ tên SV: ....ĐÁP ÁN........................ **Mã số SV:** .... **Số thứ tự:** ....

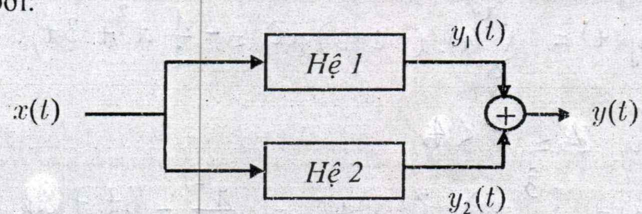
Lưu ý: Sinh viên làm bài trực tiếp vào 4 mặt giấy này. ***Chỉ được sử dụng 1 quyển slide bài giảng, 1 vở ghi bài viết tay, và 1 máy tính không lập trình được.***

Bài 1 (*Đáp ứng xung và tích chập*) (5đ)

Xét hai hệ thống tuyến tính bất biến (hệ LTI) được ghép song song với nhau như Hình 1 dưới đây. Biết rằng quan hệ vào-ra của hai hệ được cho bởi:

$$y_1(t) = \int_{t-1}^{t} x(\tau)d\tau,$$

$$y_2(t) = \int_{t-3}^{t-1} x(\tau)d\tau.$$



Giả thiết tín hiệu vào là:

$$x(t) = -(t-3)\left[u(t) - u(t-3)\right].$$

Hình 1.

a) (1đ) Các đáp ứng xung $h_1(t)$ và $h_2(t)$ của hai hệ thống con là gì?

[*Gợi ý:* Sử dụng $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau)d\tau = 1$ với bất kỳ $t_1 < 0 < t_2$, hoặc sử dụng $\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t)$.]

Ta có $h_1(t) = \int_{t-1}^{t} \delta(\tau)\,d\tau = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases} = u(t) - u(t-1)$

$h_2(t) = \int_{t-3}^{t-1} \delta(\tau)\,d\tau = \begin{cases} 1, & 1 < t < 3 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases} = u(t-1) - u(t-3).$

b) (1đ) Đáp ứng xung $h(t)$ của cả hệ thống là gì?

Do hai hệ ghép song song nên

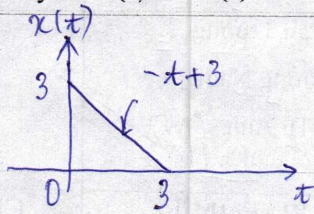
$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = u(t) - u(t-3).$

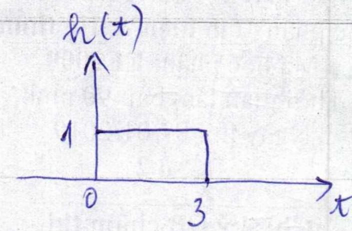
c) (1đ) Cả hệ thống có nhân quả không? có ổn định không? Hãy giải thích.

Do $h(t) = 0$ với $t < 0$ nên hệ là nhân quả.

Mặt khác $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|dt = \int_0^3 dt = t\Big|_0^3 = 3 < \infty$, nên hệ ổn định.

d) (1đ) Hãy vẽ $x(t)$ và $h(t)$.

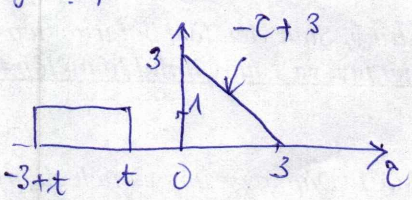




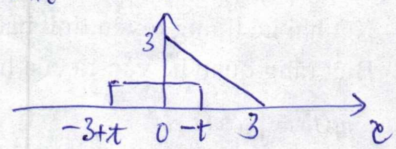
e) (1đ) Hãy tính và vẽ tín hiệu ra $y(t)$ của cả hệ thống.

Ta có $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$

Sử dụng phương pháp đồ thị, ta có các trường hợp sau:

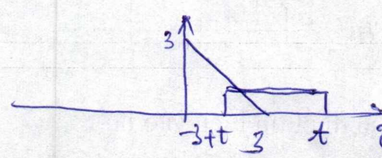


- Với $t<0$, hai đồ thị $x(\tau)$ & $h(t-\tau)$ không chồng lên nhau, suy ra $y(t) = 0$.
- Với $0 \le t < 3$, hai đồ thị chồng lên nhau trong khoảng $[0, t]$ nên



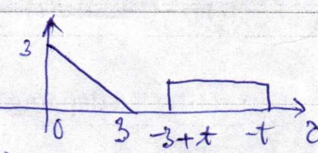
$$y(t) = \int_0^t (1).(-\tau+3) d\tau = -\frac{1}{2} t^2 + 3t,$$

- Với $3 \le t < 6$

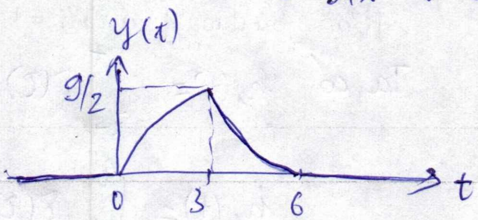


$$y(t) = \int_{-3+t}^{3} (1)(-\tau+3) d\tau = \frac{t^2}{2} - 6t + 18.$$

- Với $t \ge 6$, $y(t) = 0$.



Vậy $y(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2} t^2 + 3t, & 0 \le t < 3 \\ \frac{t^2}{2} - 6t + 18, & 3 \le t < 6 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases}$



Bài 2 (*Phép biến đổi Fourier và lọc tín hiệu*) (2đ)

a) (1đ) Hãy tính và vẽ phổ $X(\omega)$ của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có biểu thức như sau:

[*Lưu ý:* Nếu $X(\omega)$ là hàm thực thì chỉ cần vẽ một đồ thị của $X(\omega)$ theo ω.]

$$x(t) = \cos(2\pi t) + 4\cos(6\pi t - \pi) .$$

Sử dụng hệ quả của công thức Euler để tìm hệ số chuỗi Fourier cho $x(t)$, ta có:

$$x(t) = \frac{1}{2} e^{j 2\pi t} + \frac{1}{2} e^{-j(2\pi) t} + 2 e^{j(6\pi t - \pi)} + 2 e^{-j(6\pi t - \pi)}$$

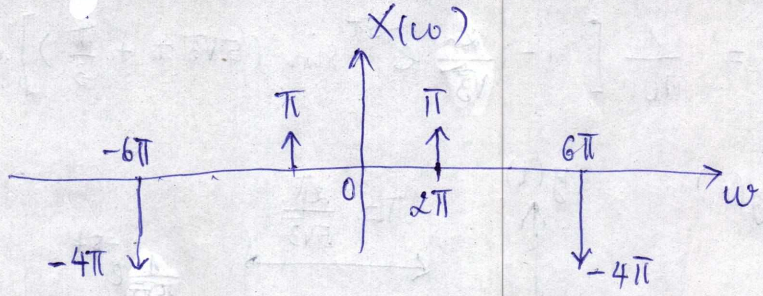
$$= \frac{1}{2} e^{j 2\pi t} + \frac{1}{2} e^{j(-1) 2\pi t} - 2 e^{j 3.2\pi t} - 2 e^{j(-3) 2\pi t}.$$

Để thấy tần số góc cơ sở là $\omega_0 = 2\pi$ rad/s, suy ra

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{2}, \quad c_3 = c_{-3} = -2.$$

Vậy $X(\omega) = \pi[\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)] - 4\pi[\delta(\omega - 6\pi) + \delta(\omega + 6\pi)]$.

Vẽ $X(\omega)$.



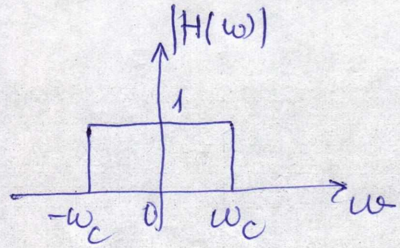
b) (1đ) Giả sử $x(t)$ được cho qua một bộ lọc lý tưởng sao cho ở đầu ra của bộ lọc ta thu được $y(t) = \cos(2\pi t)$. Hãy vẽ đáp ứng biên độ -tần số $|H(\omega)|$ của bộ lọc và tìm điều kiện của tần số ngưỡng ω_c của bộ lọc. Đó là loại bộ lọc gì?

Đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ như hình vẽ.

Để tín hiệu ra $y(t) = \cos(2\pi t)$ thì

$$2\pi < \omega_c < 6\pi \text{ (rad/s)}.$$

Bộ lọc thông thấp.



Bài 3 (*Phép biến đổi Laplace và hàm truyền*) (3đ)

Cho một hệ thống bậc hai có quan hệ vào-ra được cho bởi phương trình vi phân:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 10\frac{dy(t)}{dt} + 100y(t) = 10x(t).$$

a) (1đ) Hãy tìm hàm truyền $H(s)$ của hệ thống.

Lấy ảnh Laplace của hai vế của phương trình trên (cho các sơ kiện bằng 0), ta có

$$s^2Y(s) + 10sY(s) + 100Y(s) = 10X(s)$$

$$(s^2 + 10s + 100)Y(s) = 10X(s)$$

$\Rightarrow$ Hàm truyền $H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{10}{s^2 + 10s + 100}$.

b) (2đ) Hãy tìm tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống với tín hiệu vào dạng bước nhảy đơn vị $x(t) = u(t)$. Vẽ phác $y(t)$.

Với $x(t) = u(t)$, ta có $X(s) = \dfrac{1}{s}$.

Do đó $Y(s) = H(s)X(s) = \dfrac{1}{s(s^2 + 10s + 100)} = \dfrac{1}{10s} - \dfrac{\frac{1}{10}s + 1}{s^2 + 10s + 100}$

$$= \frac{1}{10}\left[\frac{1}{s} - \frac{s+5}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2}\right].$$

Vậy $y(t) = L^{-1}\{Y(s)\}$

$$= \frac{1}{10}\left[1 - e^{-5t}\cos(5\sqrt{3}t) - \frac{e^{-5t}}{\sqrt{3}}\sin(5\sqrt{3}t)\right]u(t)$$

$$= \frac{1}{10}\left[1 - 2e^{-5t}\sin\left(5\sqrt{3}t + \frac{\pi}{3}\right)\right]u(t).$$

Vẽ phác $y(t)$