Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội Viện Điện Bộ môn Điều khiển tự động	**EE2000 Tín hiệu và hệ thống** **Thi cuối kỳ 20171 (2017-2018)** Thời gian thi: 90 phút Ngày thi: 08/01/2018 **Đề số 1**	Điểm thi:
Họ tên SV: Đáp án Mã số SV: Số thứ tự:	Chữ ký CB chấm thi: Đáp án	Chữ ký CB coi thi:

Lưu ý: *Sinh viên làm bài vào 3 mặt giấy này.Nếu trình bày vào mặt giấy thứ 4 sẽ bị trừ một nửa số điểm của phần trình bày đó.* ***<u>Chỉ được sử dụng quyển bài tập có dấu đỏ của Bộ môn và máy tính không lập trình được.</u>*** *(Sinh viên tắt điện thoại di động. Không sử dụng bút phủ, bút tẩy).*

PHẦN A: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG LIÊN TỤC

Bài 1 (*Đáp ứng của hệ thống*)

Cho hệ thống LTI nhân quả có hàm truyền:

$$H(s) = \frac{10}{s^2 + 10s + 100}$$

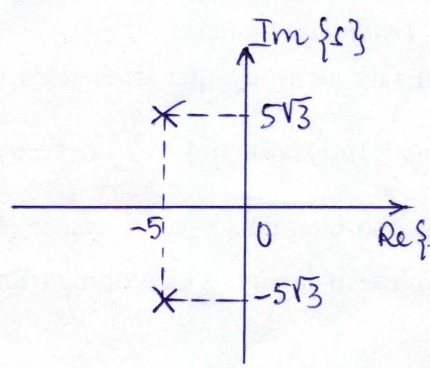
a) (1đ) Hãy vẽ sơ đồ điểm cực của hệ. Hãy xác định các giá trị ω_n và ζ. Hệ có ổn định không? Tại sao?

Hai điểm cực là $s_{1,2} = -5 \pm j5\sqrt{3}$

Vì $s^2 + 10s + 100 = s^2 + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 10s + (10)^2$

$\Rightarrow \zeta = \frac{1}{2}$ và $\omega_n = 10$

Hệ ổn định vì các điểm cực nằm hoàn toàn bên trái của trục ảo $Im\{s\}$



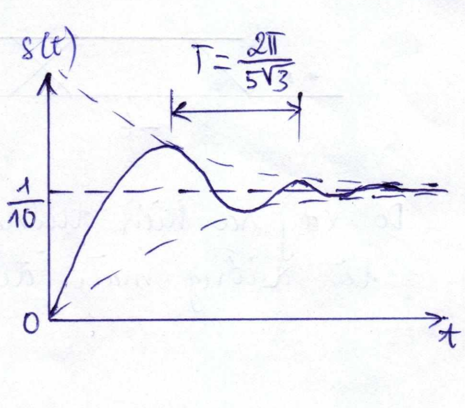
b) (2đ) Hãy tìm biểu thức đáp ứng bước nhảy $s(t)$ của hệ. Vẽ phác $s(t)$.

Ta có $\frac{H(s)}{s} = \frac{10}{s(s^2+10s+100)} = \frac{1/10}{s} - \frac{1/10\, s + 1}{s^2+10s+100}$

$$= \frac{1}{10}\left[\frac{1}{s} - \frac{s+5}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{5\sqrt{3}}{(s+5)^2+(5\sqrt{3})^2}\right]$$

$$\Rightarrow s(t) = L^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\} = \frac{1}{10}\left(1 - e^{-5t}\cos 5\sqrt{3}t - \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-5t} \sin 5\sqrt{3}t\right) u(t)$$

$$= \frac{1}{10}\left[1 - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-5t} \sin\left(5\sqrt{3}t + \frac{\pi}{3}\right)\right] u(t)$$



c) (1đ) Theo tính chất hàm riêng của hệ LTI, chúng ta đã biết rằng với tín hiệu vào $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ thì tín hiệu ra $y(t) = H(jw_0)e^{j\omega_0 t}$ trong đó $H(jw)$ là đáp ứng tần số của hệ.

Hãy tìm đáp ứng của hệ (ở trạng thái xác lập) với tín hiệu vào $x(t) = \cos(10t)u(t)$.(*Lưu ý:* $u(t)$ là ký hiệu tín hiệu bước nhảy đơn vị).

Từ tính chất hàm riêng của hệ LTI ta suy ra đối với tín hiệu vào $x(t) = (\cos \omega_0 t)u(t)$ thì tín hiệu ra (ở chế độ xác lập) là:

$$y_{ss}(t) = |H(j\omega_0)| \cos(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0))$$

Với $\omega_0 = 10$ ta có $H(j10) = \dfrac{10}{(j10)^2 + 10.(j10) + 100}$

$$= \frac{10}{100j} = 0.1\, e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

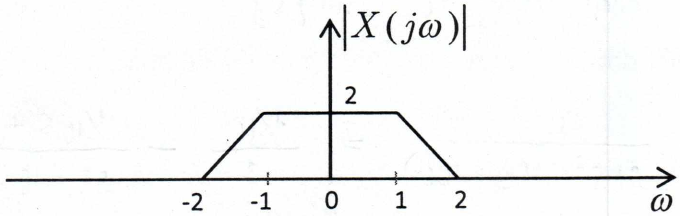
$$\Rightarrow |H(j10)| = 0.1 \text{ và } \angle H(j10) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y_{ss}(t) = |H(j10)| \cos(10t + \angle H(j10)) = 0.1 \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$$

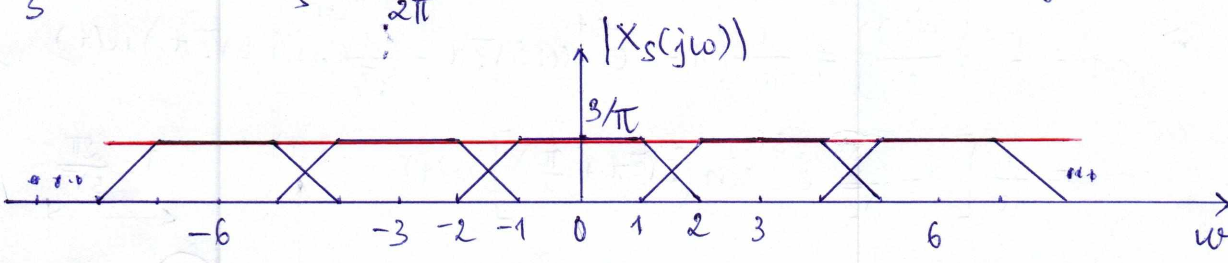
Bài 2 (*Trích mẫu tín hiệu*)

(2đ) Giả sử trong quá trình trích mẫu tín hiệu, ta thu được tín hiệu $x_s(t)$ từ tín hiệu $x(t)$. Biết rằng $x_s(t) = x(t)p(t)$ với $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ là hàm trích mẫu với chu kỳ trích mẫu $T = 2\pi/3$ giây.

Hãy vẽ phổ biên độ $|X_s(j\omega)|$ của $x_s(t)$ khi biết phổ biên độ $|X(j\omega)|$ của $x(t)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xác định xem có xảy ra hiện tượng trùng phổ hay không.



$T = \frac{2\pi}{3}$ do đó $\omega_s = \frac{2\pi}{2\pi} \cdot 3 = 3$. Phổ $|X_s(j\omega)|$ là đường màu đỏ.



Do xảy ra hiện tượng trùng phổ nên phổ nhận được $|X_s(j\omega)|$ là đường màu đỏ trên hình vẽ.

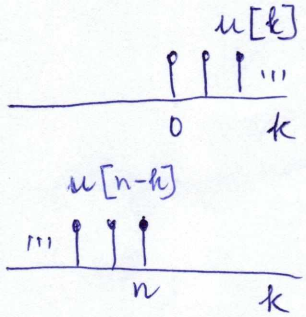
PHẦN B: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG KHÔNG LIÊN TỤC

Bài 3 (*Tích chập không liên tục*)

(2đ) Hãy tính tích chập $x[n]*v[n]$ trong đó $x[n]=u[n]$ và $v[n]=2(0.8)^n u[n]$. (*Lưu ý:* $u[n]$ là ký hiệu tín hiệu bước nhảy đơn vị).

Đặt $y[n] = x[n] * v[n]$ nên ta có $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[k] . 2(0,8)^{n-k} u[n-k]$

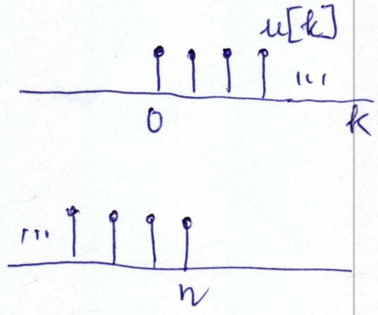
Với $n<0$



Hai đồ thị không chồng lên nhau

$\Rightarrow y[n] = 0, \ n<0$

Với $n \geq 0$



Hai đồ thị chồng lên nhau với $k = 0, 1, \ldots n$

$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=0}^{n} 2(0.8)^{n-k}$

$y[n] = 2(0.8)^n \sum_{k=0}^{n} (0.8^{-1})^k$

Áp dụng công thức $\sum_{k=0}^{r} \beta^k = \frac{1-\beta^{r+1}}{1-\beta}$

$\Rightarrow y[n] = 2.(0.8)^n \frac{1-(0.8^{-1})^{n+1}}{1-0.8^{-1}}$

$= -8(0.8^n - 1.25)$

$= -8(0.8)^n + 10, \ n \geq 0$

Bài 4 (*Phép biến đổi Z ngược*)

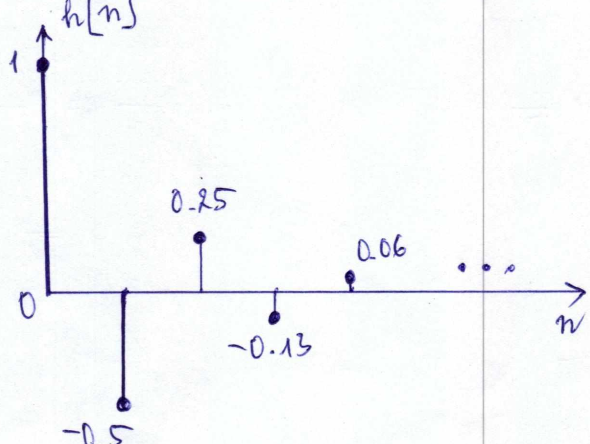
(2đ) Hãy tìm đáp ứng xung $h[n]$ cho hệ thống nhân quả có hàm truyền

$$H(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 - 0.5z - 0.5}$$

Vẽ $h[n]$ với 5 giá trị đầu tiên của n.

Ta có $H(z) = \frac{z(z-1)}{(z-1)(z+0.5)} = \frac{z}{z+0.5}$

$\Rightarrow h[n] = Z^{-1}\{H(z)\} = (-0.5)^n . u[n]$



Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội Viện Điện Bộ môn Điều khiển tự động	**EE2000 Tín hiệu và hệ thống** **Thi cuối kỳ 20171 (2017-2018)** Thời gian thi: 90 phút Ngày thi: 08/01/2018 **Đề số 2**	Điểm thi:
Họ tên SV: Đáp án Mã số SV: Số thứ tự:	Chữ ký CB chấm thi:	Chữ ký CB coi thi:

Lưu ý: *Sinh viên làm bài vào 3 mặt giấy này.Nếu trình bày vào mặt giấy thứ 4 sẽ bị trừ một nửa số điểm của phần trình bày đó.* ***<u>Chỉ được sử dụng quyển bài tập có dấu đỏ của Bộ môn và máy tính không lập trình được.</u>*** *(Sinh viên tắt điện thoại di động. Không sử dụng bút phủ, bút tẩy).*

PHẦN A: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG LIÊN TỤC

Bài 1 (*Đáp ứng của hệ thống*)

Cho hệ thống LTI nhân quả có hàm truyền:

$$H(s)=\frac{1}{s^2+4s+16}$$

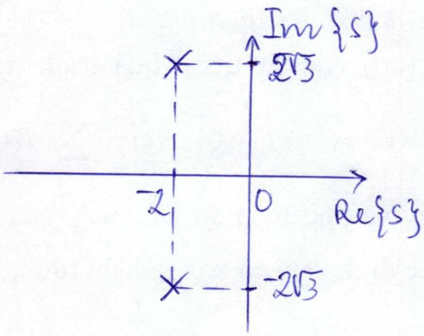
a) (1đ) Hãy vẽ sơ đồ điểm cực của hệ. Hãy xác định các giá trị ω_n và ζ . Hệ có ổn định không? Tại sao?

Hai điểm cực là $s_{1,2}=-2\pm j2\sqrt{3}$

Vì $s^2+4s+16 = s^2+2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4s+4^2$

$\Rightarrow \zeta=\frac{1}{2}$ và $\omega_n=4$.

Hệ ổn định vì các điểm cực nằm hoàn toàn bên trái trục Im{s}.



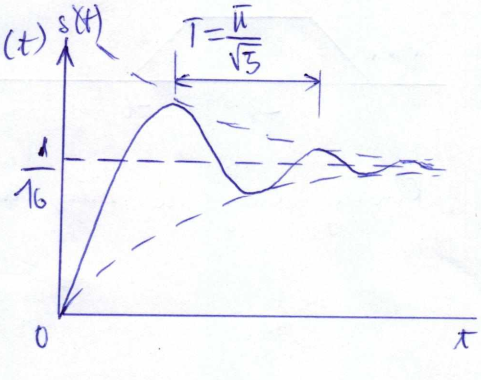
b) (2đ) Hãy tìm biểu thức đáp ứng bước nhảy $s(t)$ của hệ. Vẽ phác $s(t)$.

Ta có $\frac{H(s)}{s}=\frac{1}{s(s^2+4s+16)}=\frac{1/16}{s}-\frac{\frac{1}{16}s+\frac{1}{4}}{s^2+4s+16}$

$$=\frac{1}{16}\left[\frac{1}{s}-\frac{s+2}{(s+2)^2+(2\sqrt{3})^2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{2\sqrt{3}}{(s+2)^2+2\sqrt{3}}\right]$$

$$\Rightarrow s(t)=L^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\}=\frac{1}{16}\left(1-e^{-2t}\cos(2\sqrt{3}t)-\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-2t}\sin(2\sqrt{3}t)\right)u(t)$$

$$=\frac{1}{16}\left(1-\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-2t}\sin\left(2\sqrt{3}t+\frac{\pi}{3}\right)\right)u(t)$$



c) (1đ) Theo tính chất hàm riêng của hệ LTI, chúng ta đã biết rằng với tín hiệu vào $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ thì tín hiệu ra $y(t) = H(jw_0)e^{j\omega_0 t}$ trong đó $H(jw)$ là đáp ứng tần số của hệ.

Hãy tìm đáp ứng của hệ (ở trạng thái xác lập) với tín hiệu vào $x(t) = \sin(4t)u(t)$.(*Lưu ý:* $u(t)$ là ký hiệu tín hiệu bước nhảy đơn vị).

Từ tính chất hàm riêng của hệ LTI ta suy ra được với tín hiệu vào $x(t) = (\sin w_0 t) \cdot u(t)$ thì tín hiệu ra (ở chế độ xác lập) là:

$$y_{ss}(t) = |H(jw_0)| \sin(w_0 t + \angle H(jw_0))$$

với $w_0 = 4$ ta có $H(j4) = \dfrac{1}{(j4)^2 + 4.(j4) + 16} = \dfrac{1}{j16} = 0.06 e^{-j\frac{\pi}{2}}$

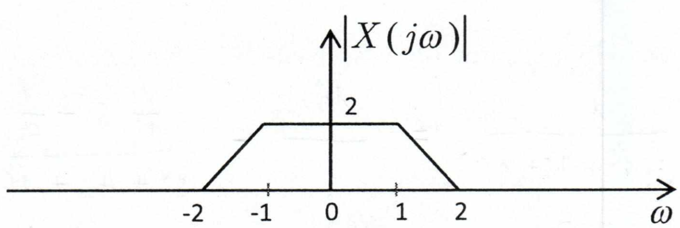
$$\Rightarrow |H(j4)| = 0.06 \text{ và } \angle H(j4) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y_{ss}(t) = |H(j4)| \sin(4t + \angle H(j4)) = 0.06 \sin\left(4t - \frac{\pi}{2}\right)$$

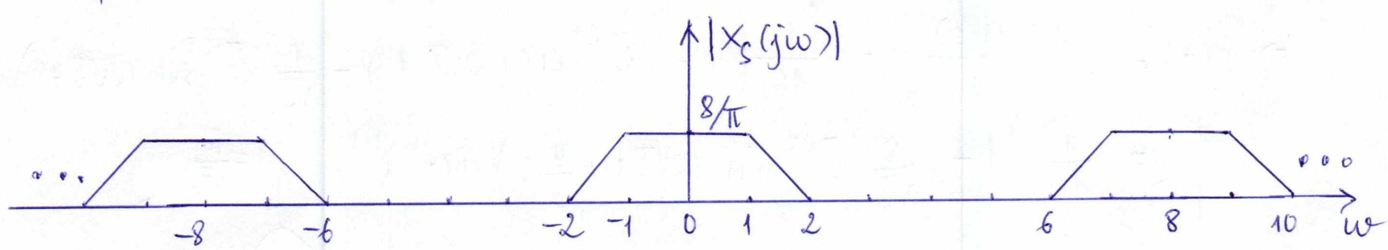
Bài 2 (*Trích mẫu tín hiệu*)

(2đ) Giả sử trong quá trình trích mẫu tín hiệu, ta thu được tín hiệu $x_s(t)$ từ tín hiệu $x(t)$. Biết rằng $x_s(t) = x(t)p(t)$ với $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ là hàm trích mẫu với chu kỳ trích mẫu $T = \pi/4$ giây.

Hãy vẽ phổ biên độ $|X_s(j\omega)|$ của $x_s(t)$ khi biết phổ biên độ $|X(j\omega)|$ của $x(t)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xác định xem có xảy ra hiện tượng trùng phổ hay không.



$T = \frac{\pi}{4}$ do đó $w_s = \frac{2\pi}{\pi} \cdot 4 = 8$



Không xảy ra hiện tượng trùng phổ.

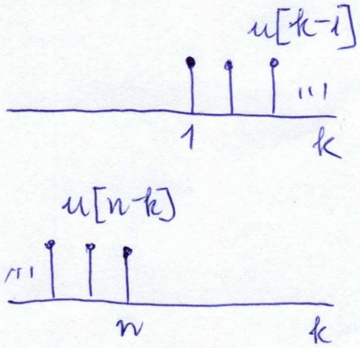
PHẦN B: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG KHÔNG LIÊN TỤC

Bài 3 (*Tích chập không liên tục*)

(2đ) Hãy tính tích chập $x[n]*v[n]$ trong đó $x[n]=u[n-1]$ và $v[n]=2(0.5)^n u[n]$. (*Lưu ý:* $u[n]$ là ký hiệu tín hiệu bước nhảy đơn vị).

Đặt $y[n] = x[n]*v[n]$ nên ta có $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[k-1]\cdot 2(0.5)^{n-k} u[n-k]$

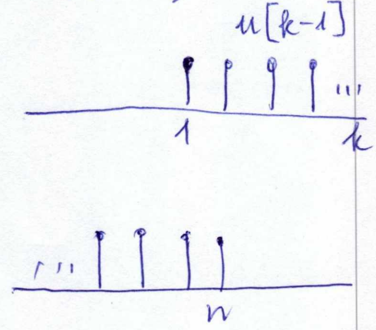
Với $n < 1$



Hai đồ thị không chồng lên nhau.

$\Rightarrow y[n] = 0, \quad n < 1$

Với $n \geq 1$



Hai đồ thị chồng lên nhau với $k = 1, 2, \dots, n$

$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=1}^{n} 2\cdot(0,5)^{n-k}$

$$y[n] = 2(0.5)^n \sum_{k=1}^{n} 2^k, \quad n \geq 1$$

$$= 2(0.5)^n \left(\sum_{k=0}^{n} 2^k - 1\right)$$

$$= 2(0,5)^n \left[\frac{1-2^{n+1}}{1-2} - 1\right]$$

$$= 2.(0.5)^n\left(-2+2^{n+1}\right)$$

$$= -(0.5)^{n-2} + 4, \quad n \geq 1$$

Bài 4 (*Phép biến đổi Z ngược*)

(2đ) Hãy tìm đáp ứng xung $h[n]$ cho hệ thống nhân quả có hàm truyền

$$H(z) = \frac{z^2+1}{z^2-1.5z-1}$$

Vẽ $h[n]$ với 5 giá trị đầu tiên của n.

Ta có $\frac{H(z)}{z} = \frac{z^2+1}{z(z^2-1.5z-1)} = \frac{z^2+1}{z(z+0.5)(z-2)}$

$$= \frac{-1}{z} + \frac{1}{z+0.5} + \frac{1}{z-2}$$

$$\Rightarrow H(z) = -1 + \frac{z}{z+0.5} + \frac{z}{z-2}$$

$$\Rightarrow h[n] = Z^{-1}\{H(z)\} = -\delta[n] + (-0.5)^n u[n] + 2^n . u[n]$$